

Projekt współfinansowany przez Unię Europejską w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego (POKL)

Rozkład Maxwella

Wstęp

Cząsteczki gazu poruszają się z różnymi przypadkowymi prędkościami. Pojedyncza, przypadkowo wybrana cząsteczka może mieć dowolną przypadkową prędkość, choć "wylosowanie" takiej czy innej prędkości nie jest jednakowo prawdopodobne. Tak więc jeżeli będziemy badać prędkości dużej liczby cząsteczek, to zauważymy pewną prawidłowość statystyczną. Stosunkowo niewiele z nich będzie miało skrajne wartości prędkości, tzn. prędkości bliskie zera jak i prędkości bardzo duże. Najwięcej cząsteczek będzie miało prędkości zbliżone do tzw. prędkości najbardziej prawdopodobnej v_p (jest ona zbliżona do średniej wartości prędkości). Krzywa przedstawiająca rozkład statystyczny prędkości cząsteczek nazywa się krzywą rozkładu Maxwella. Problematyka ta omówiona jest w §6.7 drugiego tomu e-podręcznika; warto też przypomnieć sobie zagadnienia związane z temperaturą i średnią energią kinetyczną, omówione w §6.8, poświęconym kinetycznej teorii gazu doskonałego.

Rozkład Maxwella jest to wzór określający jak często można w gazie doskonałym spotkać cząstkę o określonej prędkości. Przypomnijmy, że cząstki w gazie doskonałym poruszają się swobodnie i nie oddziałują ze sobą, z wyjątkiem bardzo krótkich zderzeń sprężystych, w których moga wymieniać pęd i energię kinetyczną, ale nie zmieniają swoich stanów wewnątrzcząsteczkowych. Cząstka w tym kontekście oznacza zarówno atomy, jak i cząsteczki. W uproszczony sposób rozkład Maxwella można interpretować jako prawdopodobieństwo znalezienia cząstki o zadanej prędkości v. Dokładniej rzecz ujmując, rozkład ten jest gęstością prawdopodobieństwa. Rozróżnienie to wynika z faktu, że wartości prędkości mogą być liczbami rzeczywistymi. Oznacza to, że operowanie prawdopodobieństwem wylosowania prędkości jest uzasadnione tylko wtedy, gdy oprócz samej prędkości podamy rozmiar przedziału (najczęściej niewielkiego), wewnątrz którego znajduje się interesująca nas prędkość. Zwróć uwagę, że w opisie wykresów 1. i 2. określono szerokość takiego przedziału na ± 0.5 m/s.

Rozkład Maxwella ma postać funkcji:

$$f(v) = 4\pi \left(\frac{m}{2\pi k_B T}\right)^{3/2} v^2 \exp\left(-\frac{\frac{1}{2}mv^2}{k_B T}\right)$$
(1)

gdzie:

v – prędkość cząstki,

m – masa cząstki ($m = M/N_A$, gdzie M – masa molowa gazu, N_A – stała Avogadra),

 k_B – stała Boltzmanna ($k_B = R/N_A$, gdzie R – stała gazowa),

T – temperatura bezwzględna,

Z funkcji podanej przez Jamesa Clerka Maxwella wynika, że większość cząsteczek będzie poruszać się z prędkością zbliżoną do pewnej wartości średniej. Ze względu na występujące we wzorze wyrażenie wykładnicze $\exp(-x)$ z x proporcjonalnym do v^2 , udział cząsteczek o bardzo dużych prędkościach jest bardzo mały, gdyż $\exp(-x)$ jest bardzo małe, gdy x jest duże. Z drugiej strony, ze względu na to, że czynnik v^2 dąży do zera, gdy v maleje, udział cząsteczek o bardzo małych prędkościach jest także znikomy. Ilustruje to wykres na rys. 1.







Rysunek 1. Rozkład Maxwella dla tlenu dla trzech temperatur (–100 °C, 20°C (temperatura pokojowa) i 600°C). Wartość funkcji odpowiada liczbie cząsteczek spośród 1 miliona cząsteczek, jaka będzie poruszać się z prędkością v±0,5 m/s (źródło: Wikipedia)

Z wykresu możemy odczytać prawdopodobieństwo znalezienia cząstki o zadanej prędkości. Przykładowo, cząstek o prędkości 200±0,5 m/s jest około 2200 (jest to rzędna wykresu dla temperatury –100°C). Skoro wszystkich cząstek jest milion, to prawdopodobieństwo znalezienia cząstki o prędkości wewnątrz takiego przedziału wynosi dwa tysiące dwieście na milion, czyli 0,22%. Dla temperatury 20°C prawdopodobieństwo to spada do ok. 0,12%, a dla 600°C wynosi już tylko ok. 0,025%.

Maksimum krzywej rozkładu Maxwella przypada dla prędkości najbardziej prawdopodobnej v_p . Wraz ze wzrostem temperatury gazu cząstki uzyskują średnio większe prędkości, maksimum krzywej przesuwa się w kierunku większych prędkości i krzywa obejmuje coraz większy zakres prędkości dużych.

Widzimy więc, że temperatura i średnia prędkościć cząstek są ze sobą powiązane. Im wyższa temperatura gazu, tym jego cząstki szybciej się poruszają. Ściśle: średnia energia kinetyczna ruchu postępowego cząstek jest proporcjonalna do temperatury T gazu (w skali Kelvina). Jednak przy ustalonej temperaturze kształt rozkładu prędkości gazu zależy od masy jego cząstek. Wynika to z faktu, że energia kinetyczna zależy nie tylko od prędkości, ale także od masy. W rozkładzie Maxwella uwzględnia się energię kinetyczną cząstek – przekonuje nas o tym analiza wspomnianej wcześniej wielkości x, występującej w wykładniku wyrażenia $\exp(-x)$:

$$x = \frac{\frac{1}{2}mv^2}{k_B T}$$

Wielkość ta jest (z dokładnością do stałego współczynnika) ilorazem energii kinetycznej cząstki do średniej energii kinetycznej termicznego ruchu wszystkich cząstek w gazie, równej $3/2k_B \cdot T$. Zależność kształtu rozkładu Maxwella od masy cząstki ilustrują wykresy na rys. 2.



Rysunek 2. Rozkład Maxwella dla tlenu (O_2), butanu (C_4H_{10}), amoniaku (NH_3) i dwutlenku węgla (CO_2) w temperaturze pokojowej (20 °C). Wartość funkcji odpowiada liczbie cząsteczek spośród 1 miliona cząsteczek, jaka będzie poruszać się z prędkością v±0,5 m/s (źródło: Wikipedia)

Z wykresu możemy odczytać stosunek prawdopodobieństw znalezienia cząstki o zadanej prędkości dla różnych gazów w tej samej temperaturze. Przykładowo, dla prędkości 200 m/s, wartość rzędnej dla tlenu wynosi ok. 2300. Dla dwutlenku węgla rzędna ma wartość ok. 1700. Oznacza to, że w temperaturze 20°C znalezienie cząsteczki tlenu o tej prędkości jest ok. 1,35 razy bardziej prawdopodobne niż cząsteczki dwutlenku węgla.

Jak działa model rozkładu Maxwella w Excelu?

W arkuszu *wykres* umieszczony został wykres przedstawiający rozkład Maxwella, czyli rozkład wartości bezwzględnej prędkości cząsteczek gazu (rys. 3) oraz kilka parametrów do sterowania tym, co widzisz na wykresie.

W komórce J1 możesz wybrać z listy gaz, w komórce I2 wyświetlana jest M – masa molowa wybranego gazu wyrażona w kg/mol.

Poniżej wykresu, w wierszu 30., możesz za pomocą paska przewijania zmieniać wartość temperatury gazu. Bieżąca wartość temperatury wyświetla się w komórce B29.

W komórce B3 – wyświetla się średnia prędkość cząsteczek, wyrażona w m/s.

W komórce D3 wartość prędkości przeliczana jest na bardziej przemawiające do naszej wyobraźni km/h.



Rysunek 3. Rozkład Maxwella – model w Excelu

Zmieniaj rodzaj gazu w komórce J1 oraz temperaturę paskiem przewijania znajdującym się poniżej wykresu i obserwuj, jak zmienia się obraz na wykresie.

Zadanie 1.

Wybierz dowolny gaz i nastaw wybraną przez siebie temperaturę tego gazu. Odczytaj z wykresu przybliżoną wartość prędkości najbardziej prawdopodobnej v_m . Następnie odczytaj dwie prędkości v_1 i v_2 , dla których prawdopodobieństwo znalezienia cząstki jest dwa razy mniejsze niż dla v_{mm} . Rozstrzygnij, czy v_m jest średnią arytmetyczną v_1 i v_2 . Jaka cecha wykresu pozwala przewidzieć odpowiedź na to pytanie?

Zadanie 2.

Wiadomo, że prędkość ucieczki ciała z powierzchni Ziemi wynosi ok. 11 km/s. Czy w atmosferze ziemskiej obecne są cząstki o takich prędkościach? Wykorzystaj rozkład Maxwella i oszacuj prawdopodobieństwo, że w powietrzu atmosferycznym trafi się pojedyncza cząstka, która będzie mogła ulecieć w kosmos.

a) Zacznij od dokonania niezbędnych modyfikacji w przygotowanym pliku (zapoznaj się najpierw z częścią "Wykonanie" niniejszej instrukcji):

- w arkuszu *obliczenia* poszerz zakres prędkości, dla których obliczana jest wartość funkcji F(v), tak by kończył się on w okolicach 11 km/s;

- w arkuszu wykres dostosuj zakres danych wykresu oraz jego skalę.

b) Przeprowadź swoje oszacowanie dla warunków typowo panujących na poziomie morza oraz na wysokości 100 km n.p.m. Porównaj rzędną F(v) dla prędkości rzędu 11 km/s z rzędną dla prędkości najbardziej prawdopodobnej. Może tak być, że będziesz musiał tę pierwszą wartość odczytać z arkusza *obliczenia*.

c) Rozstrzygnij, czy spośród mola cząsteczek powietrza (przypomnij sobie liczebność jednego mola) choć jedna ma szansę mieć prędkość rzędu 11 km/s.

d) Przeprowadź podobne oszacowanie dla Marsa (wyszukaj w tablicach astronomicznych niezbędne dane dla oszacowania prędkości ucieczki z jego powierzchni oraz informacje o panujących tam temperaturach).

e) Rozstrzygnij, czy te dwa oszacowania uzasadniają fakt, iż atmosfera na Marsie jest znacznie bardziej rozrzedzona niż na Ziemi.

f) Jeśli zagadnienie to Cię zainteresuje, to przeprowadź podobne oszacowania dla Merkurego, Wenus i Księżyca. Poszukaj także informacji na temat innych czynników, determinujących wraz z grawitacją i temperaturą gęstość atmosfery planety typu ziemskiego.

Wykonanie

Do wykonania wykresu przedstawiajacego rozkład Maxwella potrzebny będzie pusty plik Excela. Zapisz go na dysku swojego komputera pod nazwą *Rozkład_Maxwella_symulacja.xlsx* ze standardowym rozszerzeniem .xlsx.

Nazwa pliku:	rozkład_Maxwella_symulacja	•
Zapisz jako typ:	Skoroszyt programu Excel (*.xlsx)	•
	Rysunek 4. W polu <i>Zapisz jako typ</i> wybierz "Skoroszyt programu Excel"	

W pliku *Rozkład_Maxwella_symulacja.xlsx* zmień nazwę pierwszego arkusza na *wykres*, drugiemu nadaj nazwę *obliczenia*. Pozostałe arkusze możesz usunąć – nie będą nam potrzebne.

🖬 🔹 🕨 wykres obliczenia 🏷

Rysunek 5. Nazwy arkuszy w pliku Rozkład_Maxwella_symulacja

Tworzenie symulacji ruchu cząstki rozpoczniemy od przygotowania danych w arkuszu *wykres*. Wykonaj w nim następujące czynności:

 Zaznacz cały arkusz (na przykład używając kombinacji klawiszy Ctrl+A) i za pomocą ikony Kolor wypełnienia znajdującego się na wstążce na karcie Narzędzia główne, w grupie Czcionka, zmień kolor tła komórek na dowolny, ale jasny!, odcień koloru niebieskiego, fioletowego lub zielonego (rys. 6) – wybierz ten, który lubisz najbardziej.



Rysunek 6. Zmiana tła komórek w arkuszu wykres

- Do komórki A1 w arkuszu wykres wpisz tekst "Rozkład Maxwella prędkości cząsteczek". Za pomocą narzędzi dostępnych na wstążce na karcie Narzędzia główne w grupie Czcionka zmień wielkość czcionki na 20 pkt, kolor na granatowy, włącz pogrubienie i podkreślenie.
- 3. Spójrz na rysunek 3 zaprezentowany powyżej. Chcemy przygotować identycznie wyglądający arkusz. Na początek zajmiemy się wprowadzeniem etykiet (opisów, jednostek). Do komórki A3 wpisz tekst "Prędkość średnia:", do komórki C3 "[m/s]", E3 "km/h", H1 "Wybrana cząsteczka:", H2 "masa molowa, M=", J2 "kg/mol", A29 "temperatura, T=", C29 "K". W etykiecie wpisanej do komórki H2 zaznacz (w pasku formuły) literkę "M" i zmień jej kolor na czerwony. To samo zrób z literką "T" w komórce A29. W komórkach z zakresu A3:E3, H1:J2, A29:C29 zmień wielkość

- 4	А	В	С	D	E	F	G	Н	1	J	K
1	Rozkład Maxy	vella pr	r <mark>ędkośc</mark> i	cząste	<u>czek</u>			wybrana cząsteczka:			
2								masa molowa, M =		kg/mol	
3	Prędkość średnia:		[m/s] =		km/godz.						
4											
5											
6											
7											
8											
9											
10											
11											
12											
13											
14											
15											
16											
17											
18											
19											
20											
21											
22											
25											
24											
25											
20											
28											
20	temperatura T =		к								
30	temperatura, r =			1							
- 30											

czcionki na 14 pkt, włącz pogrubienie, włącz obramowanie, tło komórek sformatuj na żółto (patrz rys. 7).

Rysunek 7. Wygląd arkusza po wpisaniu i sformatowaniu etykiet w arkuszu wykres

4. Spójrz jeszcze raz na rys. 3. – poniżej tabelki z temperaturą, w wierszu 30. znajduje się pasek przewijania. Aby go wstawić, przejdź na kartę *Deweloper* (jeśli nie widzisz jej na swojej wstążce, w następnym punkcie opiszemy, jak ją wyświetlić). Na karcie *Deweloper*, w grupie *Formanty* znajdź polecenie *Wstaw* i z wewnętrznej listy wybierz formant *Pasek przewijania (formant formularza)* (rys. 8). "Narysuj" pasek w odpowidnim miejscu arkusza (komórki A30:C30).

F	Plik	Varzędzia głów	ne Wsta	wianie	Ukł	ad strony	Formuły	Dane	Recenzja	Widok	Dewelope			
4	<u> </u>	Zarejest	ruj makro		¢.				Młaściwo	ości	QQQ	🚭 Wła	ściwości mapy	📑 Impo
Vis	sual Maki	a 🚹 Bezpiecz	vołan wzglęc zeństwo maki	inych r	Dodatk	i Dodatki COM	Wstaw	Tryb bjektowania	Uruchom	kod okno dialogo	Źródło	Cdś	ety rozszerzen wież dane	@eg Eksp
		Kod			Do	datki	Formanty	formularza	ormanty				XML	
	S 3	1 ,	- (n	f_{x}			i i i i i i i i i i i i i i i i i i i	🔷 🔡 💿						
		A	В	C		D	💾 🗛	ab 🕫 🛱	G	Н		I.	J	К
1	Rozk	ad Max	wella p	rędko	ości	cząste	Formant	ActiveY Pasek przew	ijania (forman	t formularza)	ząsteczka:			
2							● ○ A	. 🖂 📕 🗞		masa molo	wa, M =		kg/mol	
3	Prędko	ść średnia:		[m/s] =		km/go	dz.						
4														

Rysunek 8. Wstawianie paska przewijania

5. Uwaga: jeżeli na wstążce nie ma karty Deweloper, włącz ją w następujący sposób: wybierz polecenie Plik, a następnie Opcje. W oknie Opcje programu Excel kliknij Dostosowywanie wstążki. Po prawej stronie okna znajdziesz spis wszystkich kart wstążki. Włącz wyświetlanie karty Deweloper (rys. 9). Od tej pory będzie ona na stałe widoczna na Twojej wstążce.



Rysunek 9. Włączanie karty Deweloper

6. Kliknij prawym klawiszem myszki na pasku przewijania i z menu podrecznego wybierz *Formatuj formant* (rys. 9).



Rysunek 10. Wybór właściwości paska przewijania z komórek D23:G23

7. W oknie Formatowanie formantu na karcie Formant wprowadź wartości w polach: Wartość maksymalna (wartość maksymalna, jaką można będzie wybrać), Wartość minimalna (wartość minimalna), Zmiana przyrostowa (zmiana wartości po kliknięciu na strzałkę), Zmiana strony (zmiana wartości po kliknięciu w polu paska), Łącze komórki (tzn. komórka połączona, czyli taka, w której będzie się wyświetlała wartość wybrana na pasku – u nas będzie to komórka B29) – jak na rys. 11.

Rozmiar	Ochrona	Właściwości	Tekst alternatywny	Formant	
Wartość <u>b</u> i	ieżąca:	10			
Wartość <u>m</u>	inimalna:	0	-		
Wartość m	a <u>k</u> symalna:	1000			
Zmiana prz	yr <u>o</u> stowa:	10			
Zmiana <u>s</u> tr	ony:	100			
Łąc <u>z</u> e kom	órki:	\$B\$29	E		
V Cień 3-	-w				

Rysunek 11. Ustawienia kluczowych wartości w oknie właściwości paska przewijania z komórek A30:C30

- 8. Odkliknij zaznaczenie paska (kliknij w dowolnym miejscu arkusza) i sprawdź, czy działa (powinny zmieniać się wartości w komórce B29).
- 9. Przygotujemy teraz do pracy arkusz *obliczenia*. Do komórki B1 arkusza *obliczenia* wpisz tekst "Obliczenia do rozkładu Maxwella". Zmień wielkość czcionki na 14 pkt, kolor tekstu na ciemny granat, włącz podkreślenie.
- Do komórki B3 wpisz "v [m/s]", do komórki B4 "F". Do komórki E3 wpisz "F= rozkład wartości bezwzględnej predkości cząsteczek", E5 "R =", E6 "pi =", F5 "8,31447", F6 "3,1415927", G5 "J/(mol*K)". Zaznacz zakresy B3:C3 oraz E5:G6 włącz pogrubienie, zmień kolor tła na szary, włącz obramowanie.
- 11. Do komórki B4 wpisz liczbę "O", do B5 "5", a następnie zaznacz obie komórki, najedź na mały kwadracik w prawym dolnym rogu zaznaczonego obszaru, żeby uzyskać mały czarny krzyżyk (jak na rys. 12) i przeciągnij w dół, wypełniając liczbami komórki aż do B1004 (ostatnią uzyskaną wartością będzie 5000).

	А	В	С	D	E	F	G	Н	1
1		Obliczenia d	do rozkładu I	Maxwell	a				
2									
3		v [m/s]	F		F= rozkład w	vartości bezwzg	lędnej predko	ści cząstec	zek
4		0							
5		5	↓		R=	8,31447	J/(mol*K)		
6					pi=	3,1415927			
7			[10]						
8									

Rysunek 12. Wypełnienie liczbami komórek w kolumnie B

12. Do komórek F8:G13 oraz F15:G19 wprowadź dane przedstawione na rys. 13. Sformatuj tabelki.

	E	F	G	Н
7				
8		gaz	M, kg/mol	
9		wodór	0,002016	
10		hel	0,004003	
11		azot	0,028014	
12		tlen	0,031999	
13		powietrze	0,028964	
14				
15		Temperatura bezwzgl.	Т, К	
16		wrzenie helu	4,22	
17		topnienie lodu	273,15	
18		wrzenie wody	373,15	
19		topnienie Pb	600,65	
20				

Rysunek 13. Dane do przepisania w arkuszu obliczenia

13. Po wykonaniu w arkuszu *obliczenia* wszystkich czynności opisanych powyżej, powinien on wygladać jak na rys. 14.

	А	В	С	D	E	F	G	Н
1		Obliczenia d	lo rozkładu I	Maxwel	a			
2								
3		v [m/s]	F		F= rozkład v	vartości bezwzględne	j predkości czą	steczek
4		0						
5		5			R=	8,31447	J/(mol*K)	
6		10			pi=	3,1415927		
7		15						
8		20				gaz	M, kg/mol	
9		25				wodór	0,002016	
10		30				hel	0,004003	
11		35				azot	0,028014	
12		40				tlen	0,031999	
13		45				powietrze	0,028964	
14		50						
15		55				Temperatura bezwzgl.	Т, К	
16		60				wrzenie helu	4,22	
17		65				topnienie lodu	273,15	
18		70				wrzenie wody	373,15	
19		75				topnienie Pb	600,65	
20		80						
21		85						

Rysunek 14.	Wygląd	arkusza	obliczenia
-------------	--------	---------	------------

- 14. Kolejnym krokiem tworzenia symulacji powinno być wprowadzenie formuł do arkusza. Najpierw jednak, dla wygody, niektórym komórkom nadamy *nazwy*. Uwaga: Odwołanie do komórki za pomocą nadanej jej własnoręcznie *nazwy* jest alternatywą do odwołania się do niej za pomocą adresu. Będziesz mieć wybór możesz w formułach odwoływać się do komórki za pomocą jej adresu lub za pomocą *nazwy*.
- 15. Na początek, w arkuszu *obliczenia* komórce F5 nadamy nazwę "_R".

Uaktywnij komórkę F5 (kliknij na niej). Zwróć uwagę, że adres aktywnej komórki pojawił się w tzw. *Polu nazwy* (pole otoczone czerwoną obwódką na rysunku 15). Kliknij w *Polu nazwy* i wpisz nazwę, którą chcesz nadać komórce, na przykład "_R". Na koniec naciśnij **Enter**. Teraz, po uaktywnieniu komórki F5 w *Polu nazwy* będzie wyświetlać się jej nazwa, a nie adres.

_			BIDHOTE	ка типксјі			INazy	Ny zaetinio
_R		- (*	<i>f</i> _x 8,31	447				
	А	В	С	D	E	F	G	Н
1		Obliczenia d	do rozkładu I	Maxwell	a			
2								
3		v [m/s]	F		F= rozkład v	vartości bezwzględnej	j predkości czą	steczek
4		0						
5		5			R=	8,31447	J/(mol*K)	
6		10			pi=	3,1415927	[
7		15						
8		20				gaz	M, kg/mol	
9		25				wodór	0.002016	

Rysunek 15. Lokalizacja *Pola nazwy*, za pomocą którego nadajemy *nazwy* komórkom

16. Zaznacz komórkę F6 i postępując w sposób opisany w poprzednim punkcie, nadaj jej nazwę "_pi".

Uwaga: Jeśli w przyszłości zechcesz nadać komórce nazwę wieloczłonową, nie używaj spacji! Zamiast niej możesz użyć znaku podkreślenia, np. *kąt_alfa*, lub wpisać nazwę w taki sposób: *KątAlfa* – bez odstępów, ale zachowując czytelność nazwy.

17. W podobny sposób nadaj nazwy pozostałym komórkom; i tak: zaznacz zakres F9:F13 i nazwij go "_nazwy_gazów", F9:G13 "_gazy", B4:B1004 "_v", C4:C1004 (zakres jest na razie pusty), _vv". Dodatkowo nadamy nazwy komórkom w arkuszu *wykres* B3 nazwij "ms", I2 "m", B29 "T".

Uwaga: Jeśli pomylisz się, definiując *nazwy*, na wstążce na karcie *Formuły* w grupie *Nazwy zdefiniowane* znajdziesz ikonę *Menedżer nazw*. Otwiera ona okno z listą wszystkich nazw zdefiniowanych w bieżącym skoroszycie. Możesz w nim – "w razie czego" – usunąć błędnie zdefiniowane *nazwy*, skorygować ich odwołanie itp.

Menedżer nazw				? ×
Nazwa	Wartość	Odwołuje sie do	Zakres	Komentarz
<pre>G gazy G _nazwy_gazów G _pi G _R G _v G _vv G _vv G _m G _m</pre>	{"wodór","0,00201 {"wodór","hel","azo 3,1415927 8,31447 {"0","5","10","15"," {",",",",",",",",","," 0,002016 2672,369655	=obliczenia!\$F\$9:\$ =obliczenia!\$F\$9:\$ =obliczenia!\$F\$6 =obliczenia!\$F\$5 =obliczenia!\$B\$4:\$ =obliczenia!\$C\$4:\$ =wykres!\$I\$2 =wykres!\$B\$3	Skoroszyt Skoroszyt Skoroszyt Skoroszyt Skoroszyt Skoroszyt Skoroszyt	
Odwołuje się do: X	11	=Wykres:\$8\$29	Skoroszyt	•
				Zamknij

Rysunek 16. Okno Menedżera nazw z listą zdefiniowanych nazw, ich bieżące wartości, odwołania do komórek itp.

18. W komórce J1 arkusza *wykres* utworzymy teraz możliwość wybrania z listy nazwy gazu. Przejdź na arkusz *wykres*. Zaznacz komórkę J1. Przejdź na kartę *Dane*, tam, w grupie *Narzędzia danych* kliknij na ikonce *Sprawdzanie poprawności* (rys. 17).

_		_			· - ·							
Formuły	Dane	R	ecenzja	Widok	Dewelope	er						
p łączenia /łaściwości dytuj łącza ia	Â↓ AZ Z↓ So	Z A rtuj So	Filtruj	😿 Wyczyść 🚡 Zastosuj p 🏒 Zaawanso e i filtrowanie	onownie wane	Tekst jako kolumny	Usuń duplikaty	Poprawność danych + Narzędzia da	Konsoliduj nych	Analiza warunkowa *	Grupuj	Rozgr
								Poprawnoś	ć danych			
E	F		G	Н		1	J	Umożliwia	zapobiega	nie wprowadzar	niu	0
zek				wybrana cz	ąsteczka	:		nieprawid	łowych dan	ych do komórki.		
	_			masa molo	wa, M =		kg/mol	Na przykła daty lub li	d można od czby większ	Irzucać niepraw e niż 1000.	idłowe	
km/godz								Można tak wprowadz zawierając	ze wymusić zanych dany zej określono	wybieranie ch z listy rozwija e wartości.	anej	
								Naciśni	j klawisz F1,	, aby uzyskać da	ilszą pom	ioc.

Rysunek 17. Lokalizacja ikony Sprawdzanie poprawności

19. W oknie Sprawdzanie poprawności danych wprowadź parametry jak na rys. 18: Dozwolone – wybierz Lista, Źródło – wpisz "=_nazwy_gazów" lub użyj klawisza F3 (szczegóły użycia tego klawisza przedstawiamy w następnym punkcie), aby za jego pomocą wstawić odwołanie do obszaru komórek z arkusza obliczenia zawierającego nazwy gazów. Reszta parametrów nie jest dla nas istotna. Zatwierdź ustawienia przyciskiem **OK**. Sprawdź działanie narzędzia.

íryteria popi	rawności
Dozwolone	:
Lista	▼ Ignor <u>uj</u> puste
Wartości d	anych: 🛛 🕅 Rozwinięcia w komórce
między	T
Źródł <u>o</u> :	
=_nazwy	gazów 📧
Zastosuj	te zmiany we wszystkich komórkach z tymi samymi

Rysunek 18. Parametry w oknie *Sprawdzanie poprawności danych*

20. Uwaga: Tworząc formułę, możesz adresy komórek (lub nazwy) wpisywać ręcznie lub klikać na odpowiednich komórkach – wówczas ich adresy (nazwy) w formule pojawią się automatycznie. W przypadku nazw możesz alternatywnie skorzystać z okna Wklejanie nazwy, które zawiera spis wszystkich nazw występujących w skoroszycie. Okno Wklejanie nazwy wywołasz, naciskając klawisz funkcyjny F3.

	Н	I.		J	К	L	М	N
wybra	ana cząsteczka	:	w	odór	-			
masa	molowa, M =	0,002016	kg	/mol				
ſ	Sprawdzanie pop	orawności danyc	:h			8 23		
	Ustawienia K	iomunikat wejścio	wy A	lert o błędzi	ie		_	
	Kryteria popraw Dozwolone:	ności	_					
	Lista Wartości dany między	vch:	✓ Igna ✓ Igna	or <u>uj</u> puste winięcia w ko	omórce			
	Zródł <u>o</u> :		_					
				Wklejanie	nazwy		2	×
	Zastosuj te : ustawieniam	zmiany we wszys i	tkich ko	Wklej naz gazy nazwy	wę gazów			
l	Wy <u>c</u> zyść wszyst	ko	4	_p _R _V				Ξ
				ms		ОК	Anu	-
						_		

Rysunek 19. Tworzenie formuły z użyciem okna *Wklejanie nazwy*

21. Najwyższa pora zająć się obliczeniami! Na początek wprowadź do komórki I2 formułę, której zadaniem będzie przypisywanie odpowiedniej masy do wybranego gazu. Zastosujemy do tego celu funkcję WYSZUKAJ.PIONOWO(). Kliknij na przycisku *f* (znajduje się po lewej stronie *Paska Formuły*). Funkcję WYSZUKAJ.PIONOWO() znajdziesz w kategorii *Wyszukiwania i adresu*. Wprowadź argumenty jak na rys. 20.

Argumenty funkcji			? ×						
WYSZUKAJ.PIONOWO									
Szukana_wartość	J1 💽	=	"wodór"						
Tabela_tablica	_gazy 💽	=	{"wodór"\0,002016;"hel"\0,004003;"						
Nr_indeksu_kolumny	2	=	2						
Przeszukiwany_zakres	0	=	FAŁSZ						
 = 0,002016 Wyszukuje wartość w pierwszej od lewej kolumnie tabeli i zwraca wartość z tego samego wiersza w kolumnie określonej przez użytkownika. Domyślnie tabela musi być sortowana w kolejności rosnącej. Przeszukiwany_zakres - wartość logiczna: aby znaleźć najlepsze dopasowanie w pierwszej kolumnie (sortowanej w kolejności rosnącej) = PRAWDA lub pominięta; aby znaleźć dokładny odpowiednik = FAŁSZ. 									
Wynik formuły = 0,002016									
<u>Pomoc dotycząca tej funkcji</u>			OK Anuluj						

Rysunek 20. Formuła w komórce I2 (okno funkcji WYSZUKAJ.PIONOWO)

22. Spójrz na swój *Pasek formuły* i sprawdź, czy formuła, którą wpisałeś, jest prawidłowa (rys. 21). Jeśli tak, zatwierdź formułę. Wybieraj gazy z listy i zobacz, czy prawidłowo przypisują się wartości mas.



23. Do komórki B3 wpisz formułę, która obliczy prędkość średnią cząsteczek wybranego gazu przy zadanej temperaturze (rys. 22). PIERWIASTEK() jest nazwą funkcji

z kategorii *Matematyczne*, obliczającą pierwiastek kwadratowy z zadanego argumentu:



Rysunek 22. Formuła w komórce B3

24. Do komórki D3 wpisz formułę, która przeliczy prędkość wyrażoną w m/s na km/h:



25. Przejdź na arkusz obliczenia, do komórki C4 wprowadź formułę, która będzie obliczała wartości rozkładu wartości bezwzględnej predkości cząsteczek (rys. 24). ^ oznacza podnoszenie do potęgi, EXP() – funkcję eksponencjalną. Formułę z komórki C4 skopiuj w dół, aż do komórki C1004.

*f*_x =(m/(2*_pi*_R*T))^(3/2)*EXP(-m*_v^2/(2*_R*T))*4*_pi*_v^2 Rysunek 24. Formuła w komórce C4 w arkuszu *obliczenia*

- 26. Mając wykonane wszystkie obliczenia, zajmiemy się przygotowaniem wykresu. Zaznacz dowolną pustą komórkę A1 arkusza *wykres*.
- 27. Przejdź na kartę *Wstawianie*. W grupie *Wykresy* wybierz typ *Punktowy*, a następnie podtyp *Punktowy z wygładzonymi liniami* (rys. 25). W arkuszu powinien pojawić się obszar wykresu, na razie pusty. Przesuń go i powiększ tak, aby zajmował zakres komórek od A4 do J28.

	Plik	Narzędzia	główne	e Wstawia	anie U	kład	strony Fo	ormuły Dan	e Rec	enzja V	Vidok	Deweloper		
	Image: Second			Kolumnowy	Kołowy ▼	Wars	Warstwowy		Liniowy Kolumnowy	Fragmentator	Hiperk			
p12	Tabe	le		Ilustrac	je			Wykresy				ju w czasie	Filtr	Łącz
		45	- (f ;	e l				• ° °.	<u>~</u>	\mathbb{L})		
1	Rozi	A A A A A A A A A A A A A A A A A A A A	axw	ella prę	dkośc	i ci	ząsteczo	ek	X	\bowtie		Punktowy z wygła Umożliwia porów	dzonymi liniami vnanie par warto	i ości.
2	<mark>Prędk</mark>	<mark>ość śred</mark> i	nia:	2 731	[m/s]	=	9 830	km/godz.	db w	szyst <u>k</u> ie typy	v wykresć	Tego wykresu na duża liczba punk kolejności na osi	leży użyć, jeśli je: tów danych w	st
4												odpowiadają fu	nkcji.	
6 7														

Rysunek 25. Wybór wykresu, typ Punktowy

28. Zwróć uwagę, czy obszar wykresu jest aktywny. Jeśli tak, przejdź na kartę *Projektowanie* (znajdującą się na końcu wstążki, w grupie *Narzędzia wykresów*) i z grupy poleceń *Dane* wybierz *Zaznacz dane*. Na ekranie pojawi się okno *Wybieranie* źródła danych (spójrz na rys. 26). Kliknij na przycisku *Dodaj*.

Wybieranie źródła danych	<u>୧</u> 🗙
Zakres danych wykresu:	
Przełącz w	iersz/kolumnę
Wpisy legendy (<u>s</u> erie danych)	E <u>t</u> ykiety osi poziomej (kategorii)
Podaj Edytuj X Usuń A V	Edytuj
Ukryte i puste komórki	OK Anuluj

Rysunek 26. Dodawanie serii danych do wykresu

29. W oknie *Edytowanie serii* (rys. 27) w pole *Nazwa serii* wpisz "F(V) – rozkład bezwzględnej wartości prędkości". Ustaw kursor w polu *Wartości X serii*, przejdź na arkusz *obliczenia* i zaznacz zakres komórek od B4 do B1004. Następnie przestaw kursor do pola *Wartości Y serii*, przejdź na arkusz *obliczenia* i zaznacz zakres komórek od C4 do C1004. Potwierdź ustawienia w oknie *Edytowanie serii*, naciskając **OK**.



Rysunek 27. Definiowanie serii danych

30. Po zatwierdzeniu wpisów w oknie *Wybieranie serii danych* powinien pojawić się wykres podobny do tego na rys. 28.



Rysunek 28. Wygląd arkusza wykres z wykresem

- 31. Przejdź na kartę *Układ* (znajdującą się w grupie *Narzędzia wykresów* na końcu wstążki; grupa narzędzi wykresów będzie widoczna pod warunkiem, że będzie aktywny wykres) i w sekcji *Etykiety* wybierz ikonę *Legenda*, a następnie, z wewnętrznej listy, *Brak*. W ten sposób wyłączymy wyświetlanie legendy na wykresie. Nie jest nam ona potrzebna, bowiem nie niesie żadnej istotnej informacji.
- 32. Kliknij na jednej z wartości osi pionowej (powinna zaznaczyć się cała oś). Przejdź na kartę Narzędzia główne i w grupie Czcionka włącz pogrubienie (ikona z literą B). Możesz również zmienić rozmiar czcionki na większy (np. 12), żeby opisy osi były bardziej czytelne. Takie same czynności wykonaj dla wartości na osi poziomej.
- 33. Kliknij jeszcze raz na jednaj z wartości osi poziomej, ale tym razem prawym klawiszem myszki, i z menu podręcznego wybierz *Formatuj oś* (rys. 29).



Rysunek 29. Menu podręczne osi poziomej

34. Po lewej stronie okna Formatowanie osi wybierz kartę Opcje osi. Na karcie Opcje osi, w prawej części okna, ustaw kategorię Maksimum, nadając jej stałą wartość 5000 (rys. 30). Na koniec kliknij na przycisku Zamknij.

Opcje osi Opcje osi Liczby Minimum: Automatycznie Stała 0,0 Wypełnienie Maksimum: Automatycznie Stała 5000,0 Kolor linii Jednostka główna: Automatycznie Stała 5000,0 Styl linii Jednostka główna: Automatycznie Stała 5000,0 Oeciń Jednostka pomocnicza: Automatycznie Stała 200,0 Okaź jednostki woświetlania: Brak Image: Stała 200,0 Image: Stała 200,0 Cień Skaja logarytmiczna Podstawa: 10 Image: Stała 200,0 Image: Stała <
Liczby Minimum: Automatycznie Stała 0,0 Wypełnienie Maksimum: Automatycznie Stała 5000,0 Kolor linii Jednostka główna: Automatycznie Stała 1000,0 Jednostka główna: Automatycznie Stała 1000,0 Jednostka pomocnicza: Automatycznie Stała 200,0 Wartości w kolejności odwrotnej Skała logarytmiczna Podstawa: 10 Jednostki wyświetłania: Brak Pokaż jednostki wyświetłania na wykresie Typ głównego znacznika osi: Zewnętrzny • Typ pomogniczego znacznika osi: Przecięcie z osią pionową: Automatycznie Ywartość osi: 0,0 Wąrtość maksymalna osi
Wypełnienie Maksimum: Automatycznie Stała 5000,0 Kolor linii Jednostka główna: Automatycznie Stała 1000,0 Styl linii Jednostka główna: Automatycznie Stała 200,0 Cień Poświata i wygładzone krawędzie Wartości w kolejności odwrotnej Stała 200,0 Skala logarytmiczna Podstawa: 10 200,0 200,0 Wyrównanie Yzy dłównego znacznika osi: Brak Image: Comparization of the state of t
Kolor linii Jednostka główna: Automatycznie Stała 1000,0 Styl linii Jednostka pomocnicza: Automatycznie Stała 200,0 Cleń Wyróświata i wygładzone krawędzie Wartości w kolejności odwrotnej Skaja logarytmiczna Podstawa: 10 Jednostki wyświetlania: Brak Pokaż jednostki wyświetlania na wykresie Wyrównanie Typ głównego znacznika osi: Zewnętrzny Przecięcie z osią pionową: Automatycznie Wartość osi: 0,0 Wąrtość maksymalna osi
Styl linii Jednostka pomocnicza: Automatycznie Stała 200,0 Cień Wartości w kolejności odwrotnej Skala logarytmiczna Podstawa: 10 Jednostki wyświetlania: Brak Pońważ jednostki wyświetlania: Brak Pokaż jednostki wyświetlania: Brak Wyrównanie Typ głównego znacznika osi: Zewnętrzny Typ głównego znacznika osi: Brak Etykiety osi: Obok osi Przecięcie z osią pionową: Automatycznie <u>Wa</u>rtość osi: 0,0 Wartość maksymalna osi
Cień Wartości w kolejności odwrotnej Poświata i wygładzone krawędzie Skala logarytmiczna Podstawa: 10 Format 3-W Jednostki wyświetłania: Brak Wyrównanie Pokaż jednostki wyświetłania na wykresie Typ głównego znacznika osi: Zewnętrzny • Typ pomogniczego znacznika osi: Brak • Etykiety osi: Obok osi • Przecięcie z osią pionową: Automatycznie Wartość osi: 0,0 Wartość maksymalna osi Wartość maksymalna osi
Poświata i wygładzone krawędzie Format 3-W Wyrównanie Wyrównanie Typ płównego znacznika osi: Zewnętrzny Typ pomogniczego znacznika osi: Brak Przecięcie z osią pionową: Automatycznie Wartość osi: Opłaci wyskietlania osi
Format 3-W Pokaż jednostki wyświetłania: Brak Wyrównanie Pokaż jednostki wyświetłania na wykresie Typ głównego znacznika osi: Zewnętrzny • Typ pomogniczego znacznika osi: Brak Etykiety osi: Obok osi Przecięcie z osią pionową: Automatycznie Wartość osi: 0,0 Wartość maksymalna osi
Wyrównanie Typ głównego znacznika osi: Zewnętrzny Typ pomogniczego znacznika osi: Brak Typ Etykiety osi: Obok osi Przecięcie z osią pionową: Automatycznie Wartość osi: 0,0 Wąrtość maksymalna osi Wartość maksymalna osi
Przecięcie z osią pionową: automatycznie <u>Wa</u> rtość osi: 0,0 Wartość maksymalna osi

Rysunek 30. Opcje wyświetlania liczb na osi poziomej

- 35. Kliknij prawym klawiszem myszki na jednej z wartości osi poziomej i z menu podręcznego wybierz *Dodaj główne linie siatki*.
- 36. Przejdź na kartę Układ i w sekcji Etykiety wybierz Tytuły osi, a następnie Tytuł głównej osi pionowej i z wewnętrznej listy Tytuł obrócony (rys. 31). Wpisz tekst "F(v)" i naciśnij Enter. Powiększ czcionkę do rozmiaru 16 pt. Włącz pogrubienie. Przeciągnij pole z tytułem do górnej części osi.

10LM				- LACE	INal2çuzla wyklesow							
Układ strony	/ Formuł	De	weloper	Projekt	towanie	Układ	Format	owanie				
)					6066	6000		J				
ty Pole tekstowe	Tytuł wykresu ≁	Tytuły Lege osi 🔻 📑	nda Etykiety danych ▼	Tabela danych 🕆	Osie	Linie siatki ▼	Obszar kreślenia	Ściana • wykresu	Podłoże wykresu *	Obrót 3-W	Linia trendu •	
ianie		🛓 Tytuł g	łównej osi poz	ziomej 🕨	0	sie		۲ł	0			
		Inh Tytuł g		Brak								
c	D	E	F G	×	Nie wys	swietlaj tytu	iłu osi	H	(
ci cząst	teczek			0 <u>dn</u>								
s] = s	830 kr	n/godz.	ei warto	Tytuł pionowy Wyświetl tytuł osi z pionowym tekstem i zmień rozmiar wykresu								
,,		-9.2-		- du								
							Więcej opcji tytułu głównej osi pionowej					
		I	Rysunek 3	1. Dodar	nie tyl	ułu osi	i pionow	vej				

37. Ponownie wybierz polecenie *Tytuły osi*, a następnie *Tytuł głównej osi poziomej* i – z wewnętrznej listy – *Tytuł pod osią* (rys. 32). Wpisz tekst "prędkość cząsteczek, m/s" i naciśnij **Enter**. Sformatuj tak samo, jak tytuł osi pionowej. Przeciągnij tytuł w prawą stronę.

Układ strony Formuły Dane Recenzja V							De	weloper	Projekt	Projektowanie		Forma
) A			d n. 🗄	tini						100	100	
lty Pole tekstowe	Tytuł wykresu ▼	Tytuły osi *	Legenda Ŧ	Etykiety danych *	Tabela danych	i v	Osie *	Linie siatki ≠	Obszar kreślenia *	Ściana wykresu	Podłoże wykresu *	Obrót 3-W
ianie Tytuł głównej osi poziomej → Brak												
		lıb. T	yt <u>u</u> ł głów	nej osi pio	Nie wyświetlaj tytułu osi							
C D E F G Tytuł pod osią												
ci cząsteczek wyb Wyświetl tytuł pod osią poziomą i zmień rozmiar wykresu												
mas <u>W</u> ięcej opcji tytułu głównej osi poziomej												
s] = 9	s] = 9 830 km/godz.											
												7

rozkład bezwzględnej wartości prędkości

Rysunek 32. Dodanie tytułu osi poziomej

----- KONIEC ------